

FIGURA 9.1.11 Ángulo de referencia del ejemplo 6

A continuación, por las ecuaciones de periodicidad en (5) con $n = 2$, sabemos que

$$\operatorname{sen}\left(\frac{29\pi}{6}\right) = \operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{6}\right) \quad \text{y} \quad \cos\left(\frac{29\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right).$$

En seguida vemos, por la figura 9.1.11, que el ángulo de referencia de $5\pi/6$ es $\pi/6$. Puesto que $P(5\pi/6)$ es un punto situado en el segundo cuadrante, su coordenada x $\cos(5\pi/6)$ es negativa y su coordenada y $\operatorname{sen}(5\pi/6)$ es positiva. Por último, usando el ángulo de referencia como se muestra en la figura 9.1.11, simplemente ajustamos los signos algebraicos de las coordenadas de $P(\pi/6) = (\cos(\pi/6)) \operatorname{sen}(\pi/6)$:

$$\cos\frac{29\pi}{6} = \cos\frac{5\pi}{6} = -\cos\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{y} \quad \operatorname{sen}\frac{29\pi}{6} = \operatorname{sen}\frac{5\pi}{6} = \operatorname{sen}\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$$

Por tanto, $P(29\pi/6) = (-\sqrt{3}/2, 1/2)$. ≡

9.1 Ejercicios

Las respuestas a los problemas impares seleccionados comienzan en la página RESP-22.

En los problemas 1 a 8, para el número real t dado, **a)** localice el punto $P(t) = (\cos t, \operatorname{sen} t)$ en el círculo unitario y **b)** obtenga los valores exactos de las coordenadas de $P(t)$. No use la calculadora.

1. $\frac{7\pi}{6}$

2. $-\frac{4\pi}{3}$

3. $-\frac{\pi}{2}$

4. 2π

5. $\frac{5\pi}{3}$

6. $-\frac{3\pi}{2}$

7. $-\frac{11\pi}{6}$

8. $\frac{5\pi}{4}$

En los problemas 9 a 16, para el número real t dado, **a)** localice el punto $P(t) = (\cos t, \operatorname{sen} t)$ en el círculo unitario y **b)** use la calculadora para aproximar las coordenadas de $P(t)$.

9. 1.3

10. -4.4

11. -7.2

12. 0.5

13. 6.1

14. 3.2

15. -2.6

16. 15.3

En los problemas 17 a 24, use la periodicidad de $\operatorname{sen} t$ y $\cos t$ para obtener el valor exacto de la función trigonométrica. No use la calculadora.

17. $\operatorname{sen}\frac{13\pi}{6}$

18. $\cos\frac{61\pi}{3}$

19. $\cos\frac{9\pi}{4}$

20. $\operatorname{sen}\left(-\frac{5\pi}{3}\right)$

21. $\cos 9\pi$

22. $\operatorname{sen} 20\pi$

23. $\operatorname{sen}\frac{7\pi}{2}$

24. $\cos\frac{27\pi}{4}$

En los problemas 25 a 30, justifique el planteamiento dado con una de las propiedades de $\operatorname{sen} t$ y $\cos t$ que estudiamos en esta sección.

25. $\text{sen } \pi = \text{sen } 3\pi$
 26. $\text{cos } (\pi/4) = \text{sen } (\pi/4)$
 27. $\text{sen } (-3 - \pi) = -\text{sen } (3 + \pi)$
 28. $\text{cos } 16.8\pi = \text{cos } 14.8\pi$
 29. $\text{cos } 0.43 = \text{cos } (-0.43)$
 30. $\text{cos } (2.5 + \pi) = -\text{cos } 2.5$
 31. Puesto que $\text{cos } t = -\frac{2}{5}$ y que $P(t)$ es un punto en el círculo unitario en el segundo cuadrante, obtenga $\text{sen } t$.
 32. Puesto que $\text{sen } t = \frac{1}{4}$ y que $P(t)$ es un punto en el círculo unitario en el segundo cuadrante, obtenga $\text{cos } t$.
 33. Puesto que $\text{sen } t = -\frac{2}{3}$ y que $P(t)$ es un punto en el círculo unitario en el tercer cuadrante, obtenga $\text{cos } t$.
 34. Puesto que $\text{cos } t = \frac{3}{4}$ y que $P(t)$ es un punto en el círculo unitario en el cuarto cuadrante, obtenga $\text{sen } t$.

36. $\text{sen} \left(\frac{5\pi}{8} - 2\pi \right)$
 37. $\text{sen} \left(-\frac{5\pi}{8} \right)$
 38. $\text{cos} \left(-\frac{5\pi}{8} \right)$

En los problemas 39 a 42, use el círculo unitario para determinar todos los números reales t para los cuales la igualdad dada es verdadera.

39. $\text{sen } t = \sqrt{2}/2$
 40. $\text{cos } t = -\frac{1}{2}$
 41. $\text{cos } t = -1$
 42. $\text{sen } t = -1$

En los problemas 35 a 38, la coordenada y del punto $P(5\pi/8)$ en el círculo unitario es $\frac{1}{2}\sqrt{2} + \sqrt{2}$. Obtenga el valor exacto de la función trigonométrica dada. No use la calculadora.

35. $\text{cos } \frac{5\pi}{8}$

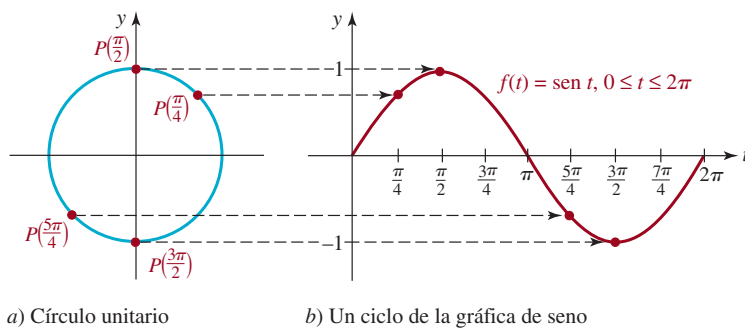
≡ Para la discusión

43. Suponga que f es una función periódica con periodo p . Demuestre que $F(x) = f(ax)$, $a > 0$, es periódica con periodo p/a .

9.2 Gráficas de las funciones seno y coseno

■ **Introducción** Una forma de estimular la comprensión de las funciones trigonométricas es examinar sus gráficas. En esta sección examinaremos las gráficas de las funciones seno y coseno.

■ **Gráficas del seno y del coseno** En la sección 9.1 vimos que el dominio de la función seno, $f(t) = \text{sen } t$, es el conjunto de todos los números reales $(-\infty, \infty)$, y que su contradominio es el intervalo $[-1, 1]$. Como el periodo de la función seno es 2π , comenzaremos trazando su gráfica en el intervalo $[0, 2\pi]$. Se obtiene un bosquejo aproximado de la gráfica de la **FIGURA 9.2.1b** si se examinan varias posiciones del punto $P(t)$ en el círculo unitario, como se ve en la figura 9.2.1a). Cuando t varía de 0 a $\pi/2$, el valor de $\text{sen } t$ aumenta de 0 hasta su valor máximo 1. Pero cuando t varía de $\pi/2$ a $3\pi/2$, el valor de $\text{sen } t$ disminuye desde 1 hasta su valor



a) Círculo unitario

b) Un ciclo de la gráfica de seno

FIGURA 9.2.1 Puntos $P(t)$ en un círculo, correspondientes a puntos en la gráfica